

2021.11.24(水 13:10 ~)

兵庫高校

(演習問題 9) 「一元配置分散分析」

次のデータについて 1 元配置法による解析を行え。($a =$, $n =$, $N = an =$)

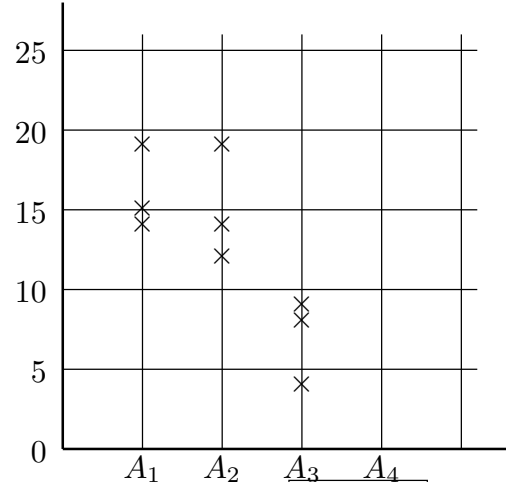
表 1 データ表

因子	データ x_{ij}		
A_1	19	14	15
A_2	12	14	19
A_3	9	8	4
A_4	10	7	13

($i = 1, \dots, a; j = 1, \dots, n$)

ただし、有意水準は 5% とする。

1) グラフ化と考察
(A_4 のデータを打点する。)



(考察) 各群のばらつきは
(ほぼ同じ, 異なる)
特に外れた値は 。
(ある, ない)

2) X_{ij} , X_{ij}^2 表の作成 (数値変換法)

$X_{ij} = x_{ij} - x_0 = x_{ij} - 10$ とする。

(X_{ij} についての平方和と、 x_{ij} についての平方和は変わらない。)

表 2 X_{ij} 表						表 3 X_{ij}^2 表				
因子	1	2	3	$T_i \cdot$	$T_i \cdot^2$	因子	1	2	3	計
A_1	9	4	5	18	324	A_1	81	16	25	122
A_2	2	4	9			A_2	4	16		
A_3	-1	-2	-6	-9	81	A_3	1	4	36	41
A_4	0	-3		0	0	A_4	0	9	9	18
計	$T =$			24	630	計	—————			282

3) 分散分析表の作成

$$CT = \frac{T^2}{N} = \quad (\text{この } T \text{ は } X_{ij} \text{ の合計})$$

$$S_T = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n X_{ij}^2 - CT = \quad \phi_T = an - 1 =$$

$$S_A = \frac{\sum_{i=1}^a T_i \cdot^2}{n} - CT = \quad \phi_A = a - 1 =$$

$$S_E = S_T - S_A = \quad \phi_E = a(n - 1) =$$

学籍番号									氏名	
------	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--

表4 分散分析表

要因	平方和 S	自由度 ϕ	不偏分散 V	統計量 F_0	棄却限界値 $F(0.05)$
因子 A					
誤差 E				_____	_____
T			_____	_____	_____

(結論) 因子 A は、有意水準 % で、意味があると { 言える, は言えない }。

4) A_1 水準における推定

i) 点推定 $\bar{x}_{1.} = x_0 + \bar{X}_{1.} = x_0 + \frac{T_{1.}}{n} = \text{} + \frac{\text{}}{\text{}$

ii) 区間推定 (95% 信頼区間)

$$\begin{aligned} \bar{x}_{1.} \pm t(\phi_E, \alpha/2) \sqrt{\frac{V_E}{n}} &= \bar{x}_{1.} \pm t(\text{,)} \sqrt{\frac{V_E}{n}} \\ &= \text{} \pm \text{} \times \sqrt{\frac{\text{}}{\text{} \pm \text{} = (\text{,)} \end{aligned}$$

5) 平方和の計算 (直接法) 「時間の余った人はやってみて下さい。」

$$\bar{\bar{x}} = \frac{1}{an} \sum_i \sum_j x_{ij} = \frac{T}{an} = \frac{\text{}}{\text{}$$

(この T は元のデータ x_{ij} の合計。表5の T_i も元の第 i 群のデータ和。)

表5 平方和の計算表

因子	x_{ij}	T_i	$\bar{x}_{i.}$	$\bar{x}_{i.} - \bar{\bar{x}}$	$(\bar{x}_{i.} - \bar{\bar{x}})^2$	$x_{ij} - \bar{x}_{i.}$	計	$(x_{ij} - \bar{x}_{i.})^2$	計
A_1	19 14 15	48	16	4	16	3 -2 -1	0	9 4 1	14
A_2	12 14 19	45	15	3	9	-3 -1 4	0	9 1 16	26
A_3	9 8 4								
A_4	10 7 13								
計	_____		—			_____		_____	

$$S_A = \sum_i \sum_j (\bar{x}_{i.} - \bar{\bar{x}})^2 = n \sum_i (\bar{x}_{i.} - \bar{\bar{x}})^2 = \text{} \times \text{} = \text{}$$

$$S_E = \sum_i \sum_j (x_{ij} - \bar{x}_{i.})^2 = \text{,} \quad S_T = S_A + S_E = \text{} + \text{} = \text{}$$

2021.11.24(水 13:10 ~)

兵庫高校

(演習問題 9) 「一元配置分散分析」(解答例)

次のデータについて 1 元配置法による解析を行え。($a = 4, n = 3, N = an = 4 \times 3 = 12$)

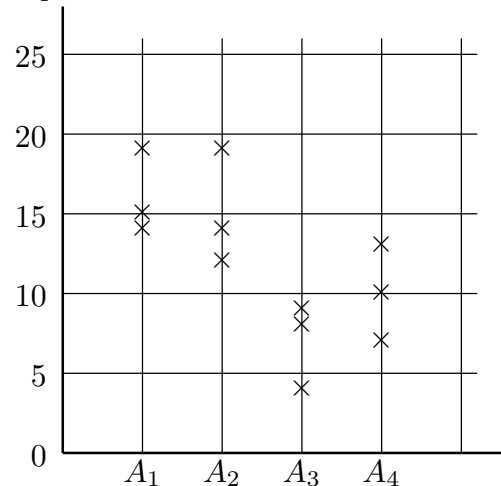
表 1 データ表

因子	データ x_{ij}		
A_1	19	14	15
A_2	12	14	19
A_3	9	8	4
A_4	10	7	13

($i = 1, \dots, a; j = 1, \dots, n$)

ただし、有意水準は 5% とする。

1) グラフ化と考察
(A_4 のデータを打点する。)



(考察) 各群のばらつきはほぼ同じ。
特に外れた値はない。

2) X_{ij}, X_{ij}^2 表の作成 (数値変換法)

$X_{ij} = x_{ij} - x_0 = x_{ij} - 10$ とする。

(X_{ij} についての平方和と、 x_{ij} についての平方和は変わらない。)

表 2 X_{ij} 表						表 3 X_{ij}^2 表				
因子	1	2	3	$T_{i\cdot}$	$T_{i\cdot}^2$	因子	1	2	3	計
A_1	9	4	5	18	324	A_1	81	16	25	122
A_2	2	4	9	15	225	A_2	4	16	81	101
A_3	-1	-2	-6	-9	81	A_3	1	4	36	41
A_4	0	-3	3	0	0	A_4	0	9	9	18
計	$T =$			24	630	計	—————			282

3) 分散分析表の作成

$$CT = \frac{T^2}{N} = \frac{24^2}{12} = 24 \times 2 = 48 \quad (\text{この } T \text{ は } X_{ij} \text{ の合計})$$

$$S_T = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n X_{ij}^2 - CT = 282 - 48 = 234, \quad \phi_T = an - 1 = 4 \times 3 - 1 = 11$$

$$S_A = \frac{\sum_{i=1}^a T_{i\cdot}^2}{n} - CT = \frac{630}{3} - 48 = 162, \quad \phi_A = a - 1 = 4 - 1 = 3$$

$$S_E = S_T - S_A = 234 - 162 = 72, \quad \phi_E = a(n - 1) = 4(3 - 1) = 8$$

表4 分散分析表

要因	平方和 S	自由度 ϕ	不偏分散 V	統計量 F_0	棄却限界値 $F(0.05)$
因子 A	162.0	3	54.0	6.00*	4.07
誤差 E	72.0	8	9.00	—————	—————
T	234.0	11	—————	—————	—————

(結論) 因子 A は、有意水準 $\boxed{5}$ % で、意味があると 言える。

4) A_1 水準における推定

i) 点推定 $\bar{x}_{1.} = x_0 + \bar{X}_{1.} = x_0 + \frac{T_{1.}}{n} = \boxed{10} + \frac{18}{3} = \boxed{16.0}$

ii) 区間推定 (95% 信頼区間)

$$\begin{aligned} \bar{x}_{1.} \pm t(\phi_E, \alpha/2) \sqrt{\frac{V_E}{n}} &= \bar{x}_{1.} \pm t(\boxed{8}, \boxed{0.025}) \sqrt{\frac{V_E}{n}} \\ &= \boxed{16.0} \pm \boxed{2.306} \times \sqrt{\frac{9.00}{3}} = \boxed{16.0} \pm \boxed{4.0} = (\boxed{12.0}, \boxed{20.0}) \end{aligned}$$

5) 平方和の計算 (直接法) 「時間の余った人はやってみて下さい。」

$$\bar{\bar{x}} = \frac{1}{an} \sum_i \sum_j x_{ij} = \frac{T}{an} = \frac{144}{12} = \boxed{12}$$

(この T は元のデータ x_{ij} の合計。表5の T_i も元の第 i 群のデータ和。)

表5 平方和の計算表

因子	x_{ij}	T_i	$\bar{x}_{i.}$	$\bar{x}_{i.} - \bar{\bar{x}}$	$(\bar{x}_{i.} - \bar{\bar{x}})^2$	$x_{ij} - \bar{x}_{i.}$	計	$(x_{ij} - \bar{x}_{i.})^2$	計
A_1	19 14 15	48	16	4	16	3 -2 -1	0	9 4 1	14
A_2	12 14 19	45	15	3	9	-3 -1 4	0	9 1 16	26
A_3	9 8 4	21	7	-5	25	2 1 -3	0	4 1 9	14
A_4	10 7 13	30	10	-2	4	0 -3 3	0	0 9 9	18
計	—————	144	—	0	54	—————	0	—————	72

$$S_A = \sum_i \sum_j (\bar{x}_{i.} - \bar{\bar{x}})^2 = n \sum_i (\bar{x}_{i.} - \bar{\bar{x}})^2 = \boxed{3} \times \boxed{54} = \boxed{162}$$

$$S_E = \sum_i \sum_j (x_{ij} - \bar{x}_{i.})^2 = \boxed{72}$$

$$S_T = S_A + S_E = \boxed{162} + \boxed{72} = \boxed{234}$$