2000 年 12 月 1 日

繰返し数の異なる一元配置における級間変動の期待値 $E(V_A)$ について

吉田　節

繰返し数の異なる一元配置における級間変動の期待値は、「統計的方法百問百答」近藤・安藤 著にも示されている通り(別紙参照)、因子 A が母数であるか、変量であるかによっても異なり　以下の通りとなる。

因子 A の水準数を k、各水準における繰返し数を $n_1, n_2, \cdots n_k$ とし、$\Sigma n_i=N$ とする。いま全体の母平均を μ、第 i 水準における A の効果を α_i とすると、データ y_{ij} の構造は次のように表される。

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \varepsilon_{ij}$$

(a) 因子 A が母数因子のとき

$$E(V_A) = \sigma^2 + \frac{\sum n_i \alpha_i{}^2}{k-1}$$

(b) 因子 A が変量因子のとき

$$E(V_A) = \sigma^2 + \frac{N^2 - \sum n_i{}^2}{N(k-1)} \sigma_A{}^2$$

前回の SQC 部会に提出された‘00-11-2 の資料のデータはロットごとのデータであったことから、変量因子と考えられるため、(b)にあてはめて解くと　$\sigma_A{}^2$　を求めることができる。

$$V_A = 16.852,\ V_E = 0.122,$$

$$\frac{N^2 - \sum n_i{}^2}{N(k-1)} = \frac{68^2 - (48^2 + 4^2 + 10^2 + 6^2)}{68(4-1)} = \frac{2168}{204} = 10.627 \text{ であるから}$$

$$\hat{\sigma}_A{}^2 = \frac{V_A - V_E}{\frac{N^2 - \sum n_i{}^2}{N(k-1)}} = \frac{16.852 - 0.122}{10.627} = 1.574 = (1.255)^2$$