創造応用 IS（稲葉） No.e9

2021.11.24(水 13:10 ～)

兵庫高校

（演習問題 9）　「一元配置分散分析」

次のデータについて 1 元配置法による解析を行え。($a =$ 　　 $,n =$ 　　 $,N = an =$ 　　)

表 1　データ表

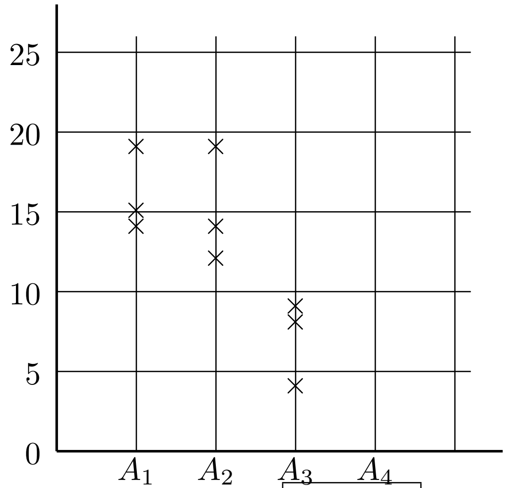
因 子	データ x_{ij}		
A_1	19	14	15
A_2	12	14	19
A_3	9	8	4
A_4	10	7	13

$(i = 1, \cdots, a; j = 1, \cdots, n)$

ただし、有意水準は 5% とする。

1) グラフ化と考察

（A_4 のデータを打点する。）



（考察）各群のばらつきは $\boxed{\quad}$

（ほぼ同じ, 異なる）

特に外れた値は $\boxed{\quad}$。

（ある, ない）

2) X_{ij}, X_{ij}^2 表の作成（数値変換法）

$X_{ij} = x_{ij} - x_0 = x_{ij} - 10$ とする。

（X_{ij} についての平方和と、x_{ij} についての平方和は変わらない。）

表 2　X_{ij} 表

因 子	1	2	3	$T_i.$	$T_i.^2$
A_1	9	4	5	18	324
A_2	2	4	9		
A_3	−1	−2	−6	−9	81
A_4	0	−3		0	0
計			$T =$	24	630

表 3　X_{ij}^2 表

因 子	1	2	3	計
A_1	81	16	25	122
A_2	4	16		
A_3	1	4	36	41
A_4	0	9	9	18
計	———			282

3) 分散分析表の作成

$$CT = \frac{T^2}{N} =$$

（この T は X_{ij} の合計）

$$S_T = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n} X_{ij}^2 - CT =$$

$$\phi_T = an - 1 =$$

$$S_A = \frac{\sum_{i=1}^{a} T_i.^2}{n} - CT =$$

$$\phi_A = a - 1 =$$

$$S_E = S_T - S_A =$$

$$\phi_E = a(n-1) =$$

番　号					氏　名	

表４　分散分析表

要　因	平方和 S	自由度 ϕ	不偏分散 V	統計量 F_0	棄却限界値 $F(0.05)$
因子 A					
誤差 E				———	———
T			———	———	———

（結論）因子 A は、有意水準 $\boxed{}$% で、意味があると { 言える，は言えない }。

4) A_1 水準における推定

i) 点推定 $\overline{x}_1. = x_0 + \overline{X}_1. = x_0 + \dfrac{T_1.}{n} = \boxed{} + \dfrac{\boxed{}}{\boxed{}} = \boxed{}$

ii) 区間推定（95% 信頼区間）

$$\overline{x}_1. \pm t(\phi_E, \alpha/2)\sqrt{\frac{V_E}{n}} = \overline{x}_1. \pm t(\boxed{}, \boxed{})\sqrt{\frac{V_E}{n}}$$

$$= \boxed{} \pm \boxed{} \times \sqrt{\frac{\boxed{}}{\boxed{}}} = \boxed{} \pm \boxed{} = (\boxed{}, \boxed{})$$

5) 平方和の計算（直接法）「時間の余った人はやってみて下さい。」

$$\overline{\overline{x}} = \frac{1}{an}\sum_i\sum_j x_{ij} = \frac{T}{an} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \boxed{}$$

（ここの T は元のデータ x_{ij} の合計。表５の $T_i.$ も元の第 i 群のデータ和。）

表５　平方和の計算表

因子	x_{ij}			$T_i.$	$\overline{x}_i.$	$\overline{x}_i. - \overline{\overline{x}}$	$(\overline{x}_i. - \overline{\overline{x}})^2$	$x_{ij} - \overline{x}_i.$			計	$(x_{ij} - \overline{x}_i.)^2$			計
A_1	19	14	15	48	16	4	16	3	−2	−1	0	9	4	1	14
A_2	12	14	19	45	15	3	9	−3	−1	4	0	9	1	16	26
A_3	9	8	4												
A_4	10	7	13												
計	———				—			———				———			

$$S_A = \sum_i\sum_j(\overline{x}_i. - \overline{\overline{x}})^2 = n\sum_i(\overline{x}_i. - \overline{\overline{x}})^2 = \boxed{} \times \boxed{} = \boxed{}$$

$$S_E = \sum_i\sum_j(x_{ij} - \overline{x}_i.)^2 = \boxed{}, \qquad S_T = S_A + S_E = \boxed{} + \boxed{} = \boxed{}$$

創造応用 IS（稲葉） No.k9

2021.11.24(水 13:10 ～)

兵庫高校

（演習問題 9）　「一元配置分散分析」（解答例）

次のデータについて 1 元配置法による解析を行え。（$a = 4$, $n = 3$, $N = an = 4 \times 3 = 12$）

表 1　データ表

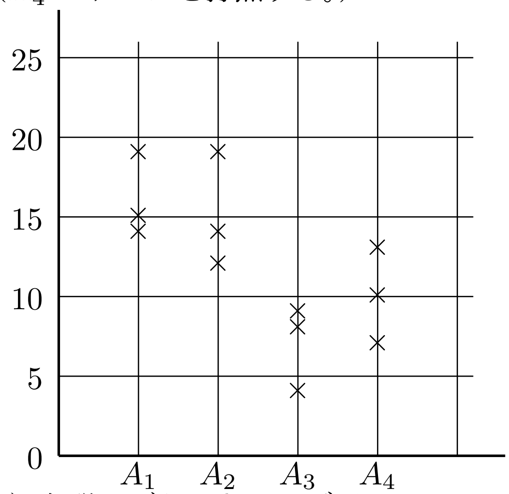
因 子	データ x_{ij}		
A_1	19	14	15
A_2	12	14	19
A_3	9	8	4
A_4	10	7	13

$(i = 1, \cdots, a; j = 1, \cdots, n)$

ただし、有意水準は 5% とする。

1) グラフ化と考察

（A_4 のデータを打点する。）



（考察）各群のばらつきはほぼ同じ。

特に外れた値はない。

2) X_{ij}, X_{ij}^2 表の作成（数値変換法）

$X_{ij} = x_{ij} - x_0 = x_{ij} - 10$ とする。

（X_{ij} についての平方和と、x_{ij} についての平方和は変わらない。）

表 2　X_{ij} 表

因 子	1	2	3	$T_i.$	$T_i.^2$
A_1	9	4	5	18	324
A_2	2	4	9	15	225
A_3	−1	−2	−6	−9	81
A_4	0	−3	3	0	0
計			$T =$	24	630

表 3　X_{ij}^2 表

因 子	1	2	3	計
A_1	81	16	25	122
A_2	4	16	81	101
A_3	1	4	36	41
A_4	0	9	9	18
計	――――			282

3) 分散分析表の作成

$$CT = \frac{T^2}{N} = \frac{24^2}{12} = 24 \times 2 = 48$$　（この T は X_{ij} の合計）

$$S_T = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n} X_{ij}^2 - CT = 282 - 48 = 234, \quad \phi_T = an - 1 = 4 \times 3 - 1 = 11$$

$$S_A = \frac{\sum_{i=1}^{a} T_i.^2}{n} - CT = \frac{630}{3} - 48 = 162, \quad \phi_A = a - 1 = 4 - 1 = 3$$

$$S_E = S_T - S_A = 234 - 162 = 72, \quad \phi_E = a(n-1) = 4(3-1) = 8$$

表４　分散分析表

要　因	平方和 S	自由度 ϕ	不偏分散 V	統計量 F_0	棄却限界値 $F(0.05)$
因子 A	162.0	3	54.0	6.00*	4.07
誤差 E	72.0	8	9.00	————	————
T	234.0	11	————	————	————

（結論）因子 A は、有意水準 $\boxed{5}$ % で、意味があると 言える。

4) A_1 水準における推定

i) 点推定 $\overline{x}_1. = x_0 + \overline{X}_1. = x_0 + \dfrac{T_1.}{n} = \boxed{10} + \dfrac{18}{3} = \boxed{16.0}$

ii) 区間推定（95% 信頼区間）

$$\overline{x}_1. \pm t(\phi_E, \alpha/2)\sqrt{\frac{V_E}{n}} = \overline{x}_1. \pm t(\boxed{8}, \boxed{0.025})\sqrt{\frac{V_E}{n}}$$

$$= \boxed{16.0} \pm \boxed{2.306} \times \sqrt{\frac{9.00}{3}} = \boxed{16.0} \pm \boxed{4.0} = (\boxed{12.0}, \boxed{20.0})$$

5) 平方和の計算（直接法）「時間の余った人はやってみて下さい。」

$$\overline{\overline{x}} = \frac{1}{an}\sum_i\sum_j x_{ij} = \frac{T}{an} = \frac{144}{12} = \boxed{12}$$

（ここの T は元のデータ x_{ij} の合計。表５の $T_i.$ も元の第 i 群のデータ和。）

表５　平方和の計算表

因子	x_{ij}			$T_i.$	$\overline{x}_i.$	$\overline{x}_i. - \overline{\overline{x}}$	$(\overline{x}_i. - \overline{\overline{x}})^2$	$x_{ij} - \overline{x}_i.$			計	$(x_{ij} - \overline{x}_i.)^2$			計
A_1	19	14	15	48	16	4	16	3	-2	-1	0	9	4	1	14
A_2	12	14	19	45	15	3	9	-3	-1	4	0	9	1	16	26
A_3	9	8	4	21	7	-5	25	2	1	-3	0	4	1	9	14
A_4	10	7	13	30	10	-2	4	0	-3	3	0	0	9	9	18
計	————			144	—	0	54	———			0	———			72

$$S_A = \sum_i\sum_j(\overline{x}_i. - \overline{\overline{x}})^2 = n\sum_i(\overline{x}_i. - \overline{\overline{x}})^2 = \boxed{3} \times \boxed{54} = \boxed{162}$$

$$S_E = \sum_i\sum_j(x_{ij} - \overline{x}_i.)^2 = \boxed{72}$$

$$S_T = S_A + S_E = \boxed{162} + \boxed{72} = \boxed{234}$$